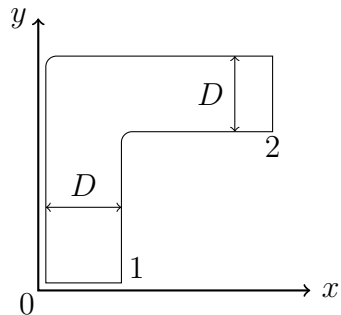


Tentamen FTV 1

18.06.2013

Gebruik de meegeleverde vellen papier voor het schrijven van de oplossingen van de opgaven. Schrijf je naam, studentnummer en studierichting op de eerste pagina. Nummer alle volgende pagina's. Vergeet niet alle papieren na het examen in te leveren.

1. Er stroomt water door een bocht in een goed geïsoleerde buis die horizontaal is opgesteld ten gevolge van drukverschil van $1 \times 10^5 \text{ N/m}^2$. Gegeven: snelheid bij de ingang is 5 m/s, buis diameter is 5 cm, water dichtheid is $1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ en soortelijke warmte bij constant volume is $4,2 \times 10^3 \text{ J/(kg K)}$. De toestand is stationair en het water wordt als niet samendrukbaar opgevat.



- (a) Bereken de temperatuurstijging van het water.
 - (b) Welk vermogen moet een pomp hebben om deze temperatuurstijging te veroorzaken?
 - (c) Bereken de kracht, die de vloeistof op de leiding uitoefent. De druk in de punt 1 is $5 \times 10^5 \text{ N/m}^2$.
2. In een vlam wordt een silica nanodeeltje met diameter van 10 nm door een heel korte laser puls opgewarmd. Eigenschappen van silica: dichtheid $\rho = 2,7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, soortelijke warmte $c_p = 0,7 \times 10^3 \text{ J/kg K}$, warmtegeleidingscoëfficiënt $\lambda = 1,4 \text{ W/m K}$.
 - (a) De laser puls is $1 \mu\text{s}$ lang. Is de laser puls lang genoeg om het deeltje op te warmen?
 - (b) Na de beëindiging van de laser puls is de temperatuur van het deeltje 4000 K. Hoe lang zal het duren voordat het deeltje tot de gemiddelde temperatuur van 3000 K afgekoeld wordt? De vlamtemperatuur is 2000 K. De wamteoverdrachtcoëfficiënt tussen het deeltje en de omgeving $h = 10 \times 10^7 \text{ J/s m}^2 \text{ K}$ en de warmteweerstand binnen van het deeltje verwaarloosd kan worden.
 - (c) Waarom kan in dit probleem de wamteoverdrachtcoëfficiënt binnen het deeltje worden verwaarloosd? Tip: Vergelijk de warmteweerstand van het stof binnen het nanodeeltje met die tussen het nanodeeltje en de omgeving.

3. De experimenten hebben aangetoond dat de lengte L waarop de temperatuur van het stromende water door een buis twee keer verlaagt wordt, afhankelijk van de buisdiameter D , snelheid v en de warmtevereffeningscoëfficiënt α van het water is.
- Hoeveel zijn er dimensieloze groepen in dit probleem?
 - Vind dimensieloze groepen die dit probleem beschrijven.
 - Volgens de experimenten is de lengte L evenredig met de snelheid v . Vind de functionele afhankelijkheid van de lengte L van de diameter D van de buis.
4. Een cilindervormig zoutkristal lost in 100 seconden op in een grote hoeveelheid zuiver water. Het Sherwood-getal dat het transport van het zout in het water beschrijft, is constant. De hoogte H van de cilinder kan als constant beschouwd worden.
- Stel de differentiaalvergelijking op, die radius R van het zoutkristal geeft als functie van de tijd.
 - Bereken het Sherwood-getal.
 - Bereken de tijd wanneer de diameter van de cylinder 2 keer kleiner wordt.

Gegevens:

Diameter van het kristal op het tijdstip $t = 0$	$d_0 = 1 \text{ mm}$
Hoogte van cilinder	$H = 10 \text{ cm}$
Dichtheid van het zout	$\rho = 2,2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
Diffusiecoëfficiënt van het zout in water	$D = 1 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$
Oplosbaarheid van het zout in water	$c^* = 360 \text{ kg/m}^3$

n 1

a). De energiebalans:

$$0 = \phi_{M_1} \left(u_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + g z_1 \right) - \phi_{M_2} \left(u_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + g z_2 \right)$$

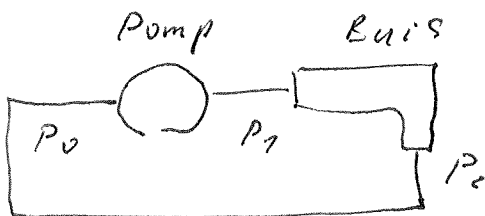
$$z_1 = z_2, \quad \phi_{M_1} = \phi_{M_2}, \quad \rho_1 = \rho_2, \quad v_1 = v_2$$

$$u_1 + \frac{p_1}{\rho} = u_2 + \frac{p_2}{\rho}$$

$$c_v (T_2 - T_1) = \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

$$\Delta T = \frac{\Delta p}{\rho \cdot c_v} = \frac{10^5}{10^3 \cdot 4,2 \cdot 10^3} \approx 0,024 \text{ K}$$

b)

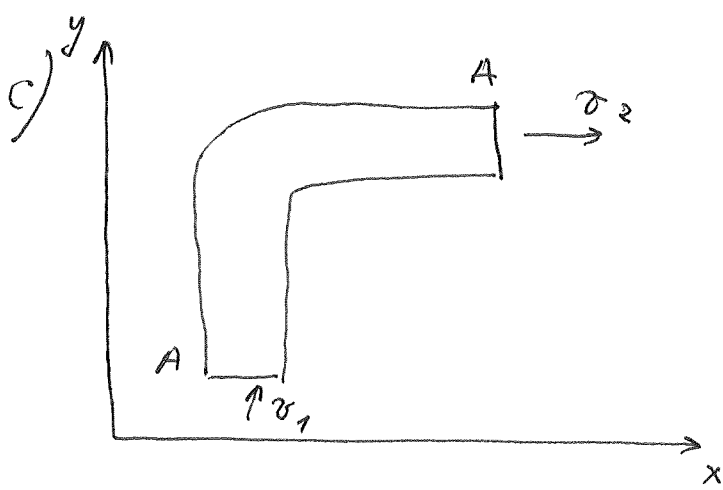


De energiebalans voor de pomp:

$$0 = \phi_M \left(\frac{p_0}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) + \phi_w$$

$$p_0 = p_1 \quad \text{en} \quad \phi_w = \frac{\phi_M \cdot \Delta p}{\rho} = \frac{\rho \cdot v \cdot \frac{\pi D^2}{4} \Delta p}{\rho} =$$

$$= \frac{\pi}{4} v \cdot D^2 \cdot \Delta p = \frac{3,14}{4} \cdot 5 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 = 987,5 \text{ W} \approx 988 \text{ W}$$



Impuls balans in de y-richting

$$0 = \rho v_1 A_1 \cdot v_1 - \rho v_1 \cdot A_2 \cdot 0 + \Sigma F_y = \rho v_1^2 A + p_1 \cdot A + F_{y, w \rightarrow t}$$

$$F_{y, w \rightarrow t} = -\rho v_1^2 A - p_1 A$$

Impuls balans in de x-richting

$$0 = \rho v_1 A_1 \cdot 0 - \rho v_2 A_2 \cdot v_2 + \Sigma F_x = -\rho v_2^2 A - p_2 \cdot A + F_{x, w \rightarrow t}$$

$$F_{x, w \rightarrow t} = \rho v_2^2 A + p_2 A$$

Totale kracht ~~$F_{x, w}$~~ $F_{w \rightarrow t} = \sqrt{F_{x, w \rightarrow t}^2 + F_{y, w \rightarrow t}^2}$

$$= \sqrt{(\rho v_1^2 A + p_1 A)^2 + (\rho v_2^2 A + p_2 A)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 25 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^5\right)^2 + \left(10^3 \cdot 25 + 4 \cdot 10^5\right)^2} =$$

$$= A \cdot \sqrt{(\rho v_1^2 + p_1)^2 + (\rho v_2^2 + p_2)^2} =$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{(10^3 \cdot 25 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^5)^2 + (10^3 \cdot 25 + 4 \cdot 10^5)^2} =$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{(4,525 \cdot 10^5)^2 + (4,25 \cdot 10^5)^2} =$$

$$= 1326 \text{ N}$$

heett

Volgens de 3 wet van Newton ~~heett~~ is de kracht van de vloeistof op de wand dezelfde waarde.

- a) De laser puls moet veel langer zijn dan de tijd van penetratie van warmte binnen het deeltje. Of de penetratie lengte moet veel groter zijn dan radius $\frac{D}{2}$.

$$L = \sqrt{\pi i d t} \gg \frac{D}{2}$$

$$L = \sqrt{\pi \cdot 6 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 5 \cdot 10^5 \text{ nm} \gg 5 \text{ nm}$$

De penetratie lengte is veel groter dan radius van het deeltje \Rightarrow Er is genoeg tijd om het deeltje op te warmen.

- b) De warmtebalans voor het afkoelen van het deeltje:

$$\frac{d}{dt} (\rho V c_p \bar{T}) = A h (T_1 - \bar{T})$$

$$\bar{T} - \bar{T}_1 = C e^{-\frac{A h}{\rho V c_p} t}$$

In het begin $\bar{T} = T_0 \Rightarrow$

$$\bar{T} - T_1 = (T_0 - T_1) e^{-\frac{A h}{\rho V c_p} t}$$

$$\frac{A h t}{\rho \cdot V c_p} = \ln \frac{T_0 - T_1}{\bar{T} - T_1}$$

$$t = \frac{\rho V c_p}{A h} \ln \frac{T_0 - T_1}{\bar{T} - T_1}$$

$$t = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot C_p}{4 \pi R^2 \cdot h} \ln \frac{T_0 - T_1}{\bar{T} - T_1} = \frac{\rho R C_p}{3h} \ln \frac{T_0 - T_1}{\bar{T} - T_1}$$

$$t = \frac{2,7 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 0,7 \cdot 10^3}{3 \cdot 10 \cdot 10^7} \ln 2 = 2,18 \cdot 10^{-11} \text{ s} = 0,02 \text{ ns}$$

c) De warmte overdrachtscoëfficiënt voor het afkoelen van een lichaam met de dikte R is

$$h = \frac{\lambda}{R}$$

Voor silicium: $h_{SiO_2} = \frac{1,4}{5 \cdot 10^{-9}} = 0,7 \cdot 10^9 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}}$

De gegeven warmte overdrachtscoëfficiënt

$h = 10^7 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}}$, daarom

$$1/h \ll 1/h_{SiO_2}$$

Hiervoor volgt dat de warmte weerstand van het nauwdeeltje veel kleiner is dan die van de omgeving.

a) $L = f(D, v, L)$
 $[D] = m, [v] = \frac{m}{s}, [L] = \frac{m^2}{s}$

4 variabelen en 2 basis eenheden \Rightarrow 2 dimensionale groepen

b) $m = m^{\beta_1} \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^{\beta_2} \cdot \left(\frac{m^2}{s}\right)^{\beta_3}$

m: $1 = \beta_1 + \beta_2 + 2\beta_3$

$\beta_3 = 1 - \beta_1$

s: $\beta_2 + \beta_3 = 0$

$\beta_2 = \beta_1 - 1$

$L = k \cdot D^{\beta_1} \cdot v^{\beta_1 - 1} \cdot L^{1 - \beta_1} = k \cdot \frac{L \cdot v}{D} \left(\frac{D \cdot v}{L}\right)^{\beta_1}$

$\Rightarrow \frac{L \cdot v}{D} = f\left(\frac{D \cdot v}{L}\right)$

c) $L = \frac{D}{v} \cdot f\left(\frac{D \cdot v}{L}\right)$

L is evenredig met v alleen als $f \sim \left(\frac{D \cdot v}{L}\right)^2$

$\Rightarrow L = \frac{D}{v} \cdot C \frac{D^2 v^2}{L^2} = C \frac{D^3 v}{L}$

L is evenredig met D^3 .

a) Omdat de hoogte van de cilinder ~~verandert~~ niet verandert tijdens het oplossen van het zoutkristal, is de massastroom van moleculen via de onder- en bovenzijde van ~~het kristal~~ de cilinder verwaarloosbaar klein is. In dit geval wordt de massa balans als

$$\frac{dM}{dt} = - \phi_m'' A = - \phi_M'' \cdot 2\pi R H = - k c^* \cdot 2\pi R H$$

$$M = \rho \cdot V = \rho \pi R^2 \cdot H$$

$$\frac{d}{dt} (\rho \pi R^2 H) = - k c^* \cdot 2\pi R H$$

$$\frac{d}{dt} (\rho R^2) = - 2k c^* \cdot R \quad 2R \frac{dR}{dt} = - \frac{2k c^* R}{\rho}$$

$$\frac{dR}{dt} = - \frac{k c^*}{\rho}$$

b) Sherwood getal $Sh = k \frac{2R}{D} = \gamma \quad k = \frac{Sh \cdot D}{2R}$

$$\frac{dR}{dt} = - \frac{Sh \cdot D \cdot c^*}{2R \rho}$$

$$R dR = - \frac{Sh \cdot D c^*}{2\rho} dt$$

$$\frac{R^2}{2} = - Sh \cdot \frac{D c^*}{2\rho} t + C$$

$$R|_{t=0} = \frac{d_0}{2} \Rightarrow C = \frac{d_0^2}{8}$$

$$R^2 = - \frac{Sh \cdot D c^*}{\rho} t + \frac{d_0^2}{4}$$

$$R|_{t=t_0} = 0 \Rightarrow - \frac{Sh \cdot D c^*}{\rho} t_0 + \frac{d_0^2}{4} = 0$$

$$Sh = \frac{\rho d_0^2}{4 D c^* \cdot t_0} = \frac{2,2 \cdot 10^3 \cdot (10^{-3})^2}{4 \cdot 10^{-9} \cdot 360 \cdot 100} = 15,3$$

$$c) R^2 = - \frac{\text{sh. D. C}^{\text{w}} t}{\rho} + \frac{d_0^2}{4}$$

$$R^2 = - \frac{\text{sh. D. C}^{\text{w}} \cdot t_0}{\rho \cdot t_0} \cdot \frac{t}{t_0} + \frac{d_0^2}{4}$$

$$R^2 = - \frac{d_0^2}{4} \cdot \frac{t}{t_0} + \frac{d_0^2}{4}$$

$$R^2 = \frac{d_0^2}{4} \left(1 - \frac{t}{t_0} \right)$$

$$R = \frac{d_0}{2} \sqrt{1 - \frac{t}{t_0}} \quad t = t_0 \left(\frac{d_0^2}{4} - R^2 \right)$$

$$R = \frac{d_0}{4} \Rightarrow t = t_0 \left(\frac{d_0^2}{4} - \frac{d_0^2}{16} \right) = \frac{3}{4} d_0^2 \cdot t_0$$

$$1 - \frac{t}{t_0} = \frac{4R^2}{d_0^2}$$

$$t = t_0 \left(1 - \frac{4R^2}{d_0^2} \right), \quad R = \frac{d_0}{4}$$

$$\Rightarrow t = t_0 \left(1 - \frac{1}{4} \right) = t_0 \cdot \frac{3}{4} = 75 \text{ s}$$