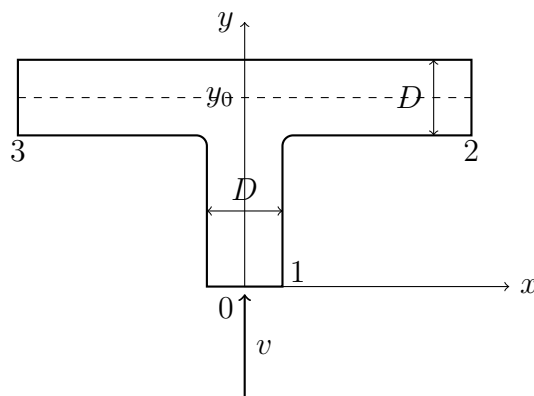


Hertentamen FTV 1

20.08.2012

Gebruik de meegeleverde vellen papier voor het schrijven van de oplossingen van de opgaven. Schrijf je naam, studentnummer en studierichting op de eerste pagina. Nummer alle volgende pagina's. Vergeet niet alle papieren na het examen in te leveren.

1. Een brandstof stroomt uit de buis en wordt verbrandt. De hoogte H van een vlam is afhankelijk van de uitstroomsnelheid V van de brandstof, de radius R van de buis en de diffusie coëfficiënt D van brandstof in de lucht.
 - (a) Berekend het aantal van dimensieloze groepen.
 - (b) Vind dimensieloze groepen.
 - (c) Uit experiment is gebleken dat de hoogte H van de vlam evenredig is met de uitstroomsnelheid V . Vind de functionele afhankelijkheid van de vlamhoogte H van de radius R van de buis.
2. Een cilindervormige leiding is verticaal in de richting y opgesteld. Op de hoogte y_0 wordt de leiding vertakt in twee leidingen met dezelfde diameter D (zie figuur). Door dit systeem stroomt de vloeistof van dichtheid ρ met snelheid v bij $y = 0$ (punt 1). De toestand is stationair. Dissipatie is verwaarloosbaar. De vloeistof kan als niet-samendrukbaar worden beschouwd.



- (a) Bereken de snelheid van water in punten 2 en 3.
 - (b) Bepaal de druk op posities 2 en 3 als gegeven is, dat de druk bij punt 1 gelijk aan p is.
 - (c) Bereken de kracht, die de vloeistof op de leiding uitoefent.
3. Water stroomt door een buis met snelheid 2 m/s. De temperatuur van water bij de ingang van de buis is 50 °C, terwijl de temperatuur van de buiswand 20 °C bedraagt. De diameter van de buis is 5 cm. Stofconstanten van water:
Dichtheid $\rho = 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

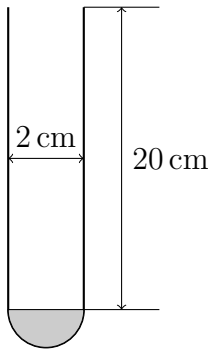
Warmtegeleiding $\lambda = 0,6 \text{ W}/(\text{m } ^\circ\text{C})$

Soortelijke warmte $C_p = 4,2 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg K})$

Dynamische viscositeit $\mu = 1 \times 10^{-3} \text{ N s}/\text{m}^2$

Prandtl getal $Pr = 5,45$.

- (a) Vind de gemiddelde temperatuur van de vloeistof als een functie van de buislengte x .
 - (b) Hoe lang moet de buis zijn om de temperatuur 30°C van de uitstromende vloeistof te krijgen?
 - (c) Als de lengte van de buis 2 keer korter wordt hoeveel keer kleiner/groter moet de diameter van de buis zijn om dezelfde water temperatuur bij de uitgang te krijgen?
4. In een reageerbuisje (lengte 20 cm, inwendige diameter 2 cm) bevindt zich 10 ml van alcohol. De temperatuur van de omgeving is 20°C . Er verdampt per seconde $1,5 \times 10^{-8} \text{ kg}$ alcohol.



- (a) Hoe lang zal het duren voordat alcohol verdampt is?
- (b) Hoe groot is diffusiecoëfficiënt van alcohol in de lucht? Het kan aangenomen worden dat diffusie van alcohol in het buisje wederzijds is en concentratie van alcohol damp bij de uitgang van het buisje verwaarloos klein is.
- (c) Hoe verandert de verdampingstijd in geval van wederzijdse diffusie als de buis 2 maal langer en 2 maal wijder wordt?

Gegevens:

Dichtheid van alcohol $\rho = 0,8 \text{ kg}/\text{m}^3$

Molaire massa van alcohol $M = 46 \text{ kg}/\text{kmol}$

Dampspanning van alcohol bij 20°C $p^* = 5,95 \text{ kPa}$

$R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol K})$

n1

a) $H = f(V, R, D)$

$$H = k \cdot V^\alpha \cdot R^\beta \cdot D^\gamma$$

H m

V m · s⁻¹

R m

D m² · s⁻²

4 parameters en 2 eenheden ⇒ 4 - 2 = 2 dimensie loze groepen

b) $H = k \cdot V^\alpha \cdot R^\beta \cdot D^\gamma$

$$m = (m \cdot s^{-1})^\alpha \cdot m^\beta \cdot (m^2 \cdot s^{-2})^\gamma$$

$$1 = \alpha + \beta + 2\gamma \quad \Rightarrow \quad \alpha = -\beta - 2\gamma$$

$$0 = -\alpha - \gamma \quad \Rightarrow \quad \beta = -\gamma + \gamma$$

$$H = R \cdot k \cdot V^{-\beta} \cdot R^{-\beta+1} \cdot D^\beta = R \left(\frac{D}{V \cdot R} \right)^\beta$$

⇒ $\left(\frac{H}{R} \right)$ en $\left(\frac{D}{V \cdot R} \right)$ zijn 2 dimensie loze groepen

c) $\frac{H}{R} = F \left(\frac{D}{V \cdot R} \right)$

Omdat H essentieel met V is dan kan het alleen via volgende relatie:

$$\frac{H}{R} = c \frac{V \cdot R}{D}, \text{ waarin } c \text{ coëfficiënt is}$$

$$H = C \frac{V \cdot R^2}{D}$$

N2

a). Omdat opstelling symmetrisch is, moeten snelheden in punten 2 en 3 gelijk zijn. Uit de massa balans volgt:

$$\rho v \cdot A_1 = 2 \rho v_2 \cdot A_2$$

$$v_2 = \frac{v A_1}{2 A_2} = \frac{v}{2}$$

b) Wij gebruiken de Bernoulli vergelijking:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + g y_0$$

$$P_2 = P_1 + \frac{\rho}{2} (v^2 - v_2^2) - \rho g y_0$$

$$P_2 = P_1 + \frac{\rho}{2} \left(v^2 - \frac{v^2}{4} \right) - \rho g y_0 = P_1 + \frac{3}{8} \rho v^2 - \rho g y_0$$

c) De impuls balans voor de x -richting:

$$\frac{d}{dt} (M v_x) = \phi_{m,in} \cdot v_{x,in} - \phi_{m,uit} \cdot v_{x,uit} + \sum F_x$$

" 0, stationair

$$\phi_{m,in} = \rho \cdot v \cdot A, \quad v_{x,in} = 0$$

$$\phi_{m,uit} \cdot v_{x,uit} = -\rho \cdot v_3 \cdot A_3 \cdot v_3 + \rho \cdot v_2 \cdot A_2 \cdot v_2 = 0$$

$$\Rightarrow \sum F_x = 0 = P_3 A_3 - P_2 A_2 + F_{w,x} \Rightarrow F_{w,x} = 0$$

De impuls balans voor de y -richting:

$$\frac{d}{dt} (M v_y) = \phi_{m,in} \cdot v_{y,in} - \phi_{m,uit} \cdot v_{y,uit} + \sum F_y$$

" 0, stationair

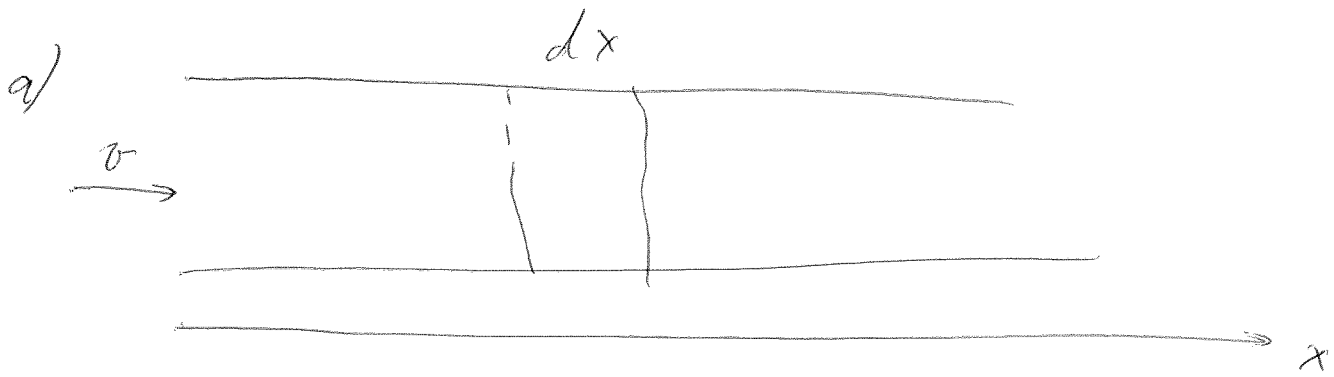
$$\phi_{m,in} \cdot v_{y,in} = \rho v \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot v$$

$$\phi_{m,uit} \cdot v_{y,uit} = 0$$

$$\sum F_y = \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4} v^2 + F_{w,y} - \rho g \cdot \frac{\pi D^2}{4} y_0$$

$$F_{w,y} = -(\rho v^2 + \rho) \cdot \frac{\pi D^2}{4} + \rho g \frac{\pi D^2}{4} y_0 =$$

$$= \left(\rho g y_0 - \rho v^2 - \rho \right) \frac{\pi D^2}{4}$$



Wärmbilanz:

$$\frac{\pi}{4} D^2 \rho v c_p \bar{T} \Big|_x - \frac{\pi}{4} D^2 \rho v c_p \bar{T} \Big|_{x+dx} + h \pi D dx (T_w - \bar{T}) = 0$$

$$-\frac{\pi}{4} D^2 \rho v c_p \frac{d\bar{T}}{dx} + h \pi D (T_w - \bar{T}) = 0$$

$$-\frac{d\bar{T}}{dx} + \frac{T_w - \bar{T}}{l_0} = 0, \quad \text{wahrin } l_0 = \frac{\rho v c_p D}{4h}$$

$$\frac{d(T_w - \bar{T})}{dx} + \frac{T_w - \bar{T}}{l_0} = 0$$

$$\frac{d(T_w - \bar{T})}{T_w - \bar{T}} = -\frac{dx}{l_0}$$

$$\ln(T_w - \bar{T}) = -\frac{x}{l_0} + \ln C$$

$$T_w - \bar{T} = C e^{-\frac{x}{l_0}}$$

$$\bar{T} \Big|_{x=0} = T_0 \Rightarrow T_w - T_0 = C$$

$$\frac{T_w - \bar{T}}{T_w - T_0} = e^{-\frac{x}{l_0}}$$

(5)

$$b) \ln \frac{T_w - \bar{T}}{T_w - T_0} = - \frac{x}{l_0}$$

$$x = - l_0 \cdot \ln \frac{T_w - \bar{T}}{T_w - T_0} = - \frac{\rho \nu c_p D}{4h} \ln \frac{T_w - \bar{T}}{T_w - T_0}$$

Reynolds number:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{10^3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{10^{-3}} = 10^5 \Rightarrow \text{turbulent}$$

Wij moeten de volgende formula voor de warmte-overdrachtscoefficient gebruiken:

$$h = Nu \frac{\lambda}{D} = 0,027 \cdot \frac{\lambda}{D} Re^{0,8} Pr^{0,33}$$

~~$$x = - \frac{\rho \nu c_p D^2}{4 \cdot 0,027 \cdot \lambda \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33}}$$~~

$$x = - \frac{\rho \nu c_p D^2}{4 \cdot 0,027 \cdot \lambda \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33}} \ln \frac{T_w - \bar{T}}{T_w - T_0}$$

$$x = - \frac{10^3 \cdot 2 \cdot 42 \cdot 10^3 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{4 \cdot 0,027 \cdot 0,6 \cdot (10^5)^{0,8} \cdot (5,45)^{0,33}} \ln \left(\frac{20 - 30}{20 - 50} \right) = 20,3 \text{ m}$$

$$c) \ln \frac{T_w - \bar{T}}{T_w - T_0} = - \frac{x}{l_0}$$

Als \bar{T} blijft constant, dan moet $\frac{x}{l_0}$ ook constant blijven.

$$\frac{4x \cdot 0,027 \cdot \lambda \cdot Pr^{0,33}}{\rho \nu c_p D^2} \left(\frac{\rho \nu D}{\mu} \right)^{0,8} = \text{const}$$

$$\text{Dus } \frac{x}{D^{1,2}} = \text{const of } \frac{x_1}{(D_1)^{1,2}} = \frac{x_2}{(D_2)^{1,2}}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^{1.2}$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{5/6} = (2)^{5/6} = 1.78$$

$$a) \quad t = \frac{M}{\phi_M} = \frac{p \cdot V}{\phi_M} = \frac{0.8 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{1.5 \cdot 10^{-8}} = 533 \text{ s}$$

$$b) \quad \phi_M = D \cdot \frac{dc}{dx} \cdot A = D \cdot \frac{c^*}{L} \cdot \pi R^2$$

Ideaal gas wet:

$$p = \frac{c^*}{M} RT \Rightarrow c^* = \frac{p \cdot M}{RT}$$

$$D = \frac{\phi_M \cdot L}{c^* \cdot \pi R^2} = \frac{\phi_M \cdot L \cdot RT}{p \cdot M \cdot \pi R^2} = \frac{1.5 \cdot 10^{-8} \cdot 0.2 \cdot 8.314 \cdot 300}{5.35 \cdot 10^{-3} \cdot 46 \cdot 10^{-3} \cdot 3.14 \cdot 10^{-4}}$$
$$= 3.7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$c) \quad t \sim 1/\phi_M \sim \frac{L}{R^2} \Rightarrow t_2 = \left(\frac{L_2}{L_1} \right) / \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 t_1$$

$$t_2 = 2/4 t_1 = t_1/2 \Rightarrow 2 \text{ keer korter.}$$