

Tentamen Fysische Systemen voor TBK, 6-7-2008, 14-17 uur

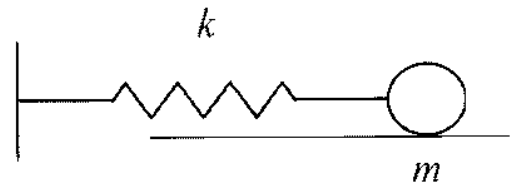
Vermeld (duidelijk!) naam, adres, geboortedatum, studienummer en studierichting op het 1^e vel papier; op ieder volgend vel uw naam. **Gebruik voor ieder vraagstuk een apart vel papier!**
Het gebruik van diktaat, boeken etc. en eigen kladpapier is niet toegestaan. Vraag desgewenst om extra papier.

Opgave 1. Gebruik voor ieder vraagstuk een apart vel papier!

Beschouw de volgende situatie, zoals weergegeven in de onderstaande schets. We zien een massa m die is bevestigd aan een veer met veerconstante k . De massa beweegt wrijvingsloos over het grondvlak. Gegeven is dat $m = 5,0$ kg en $k = 10,0$ N/m.

We geven de massa op het tijdstip $t = 0$ s een uitwijking van $A = 10$ cm. De massa voert nu een harmonische trilling uit en de uitwijking $x(t)$ wordt beschreven door de bewegingsvergelijking

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0.$$



- a.) Geef de oplossing $x(t)$ (in symbolen!) voor deze vergelijking. Geef ook de uitdrukking voor én de numerieke waarde van de eigenfrequentie ω_0 .

In praktische toepassingen moet er rekening worden gehouden met de wrijvingskracht die het systeem ondergaat. Deze wrijvingskracht wordt gegeven door $F_w = -2m\gamma \frac{dx}{dt}$.

- b.) Geef de bewegingsvergelijking die deze nieuwe situatie beschrijft. Hoe wordt γ genoemd?

De oplossing van de bewegingsvergelijking wordt gegeven door $x(t) = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t)$.

- c.) Laat zien dat dit inderdaad een oplossing is van de bij b.) gevonden bewegingsvergelijking en geef aan welke relatie er daarvoor moet bestaan tussen ω , ω_0 en γ .

Een toepassing waarbij wrijving een belangrijke rol speelt is het automatische sluitmechanisme van een lade. Stel daarom voor dat het bovenstaande schema een lade voorstelt met een veer. Als de lade gesloten is, dan bevindt de veer zich in evenwichtsstand en als de lade helemaal geopend is, is de veer precies 25 cm uitgerekt. Voor de veer gelden de waarden voor k en m die boven gegeven zijn.

Voor onze toepassing willen we dat de lade zich zo snel mogelijk sluit, uiteraard dus zonder door de evenwichtsstand te schieten. Onder deze condities is de uitwijking $x(t) = Ae^{-\gamma t}$.

- d.) Hoe noemen we het type damping dat we nodig hebben voor deze toepassing? Welke waarde moet γ hebben?
- e.) De lade sluit zich als de veer nog 0,5 cm is uitgerekt. Hoe lang duurt het voordat de lade is gesloten als we deze zich laten sluiten nadat we haar helemaal hebben geopend?

Opgave 2. Gebruik voor ieder vraagstuk een apart vel papier!

Een strandtenthouder wil op koude zomeravonden zijn terras verwarmen m.b.v. elektrische terrasverwarming. Een zo'n terrasverwarmer is gemaakt van een lange weerstandsdraad van een zeker materiaal met soortelijke weerstand (op werkteemperatuur) van $\rho = 4,2 \cdot 10^{-7} \Omega m$. De lengte van de draad is 100m, de diameter is 1mm.

a) Wat is de weerstand van de terrasverwarmer?

(heeft u geen antwoord kunnen vinden bij a), reken dan verder met het (overigens niet juiste) antwoord van 45 Ω)

De eigenaar wil 4 van deze terrasverwarmers plaatsen, ieder afzonderlijk aan te sluiten op het lichtnet.

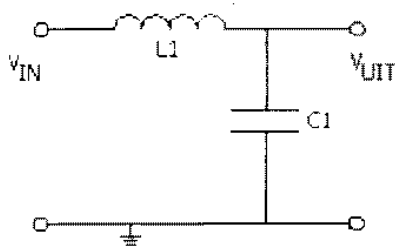
b) Bij gebruik van het lichtnet (230 Volt), welk vermogen hebben deze vier terrasverwarmers samen?

Op dit vermogen is de lichtnetaansluiting van zijn strandtent niet berekend. Om het vermogen uit te breiden, biedt het elektriciteitsbedrijf aan een andere kabel te leggen. De afstand vanaf het dichtstbijzijnde transformatorhuisje bedraagt 2 km. Het materiaal van de kabels, koper, heeft een soortelijke weerstand $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega m$. Het elektriciteitsbedrijf garandeert dat bij het gebruik van het volle vermogen nog 225 Volt (van de 230 Volt bij het transformatorhuisje) bij de strandtenthouder aankomt.

c) Hoe dik moet men de kabels minimaal kiezen?

Opgave 3. Gebruik voor ieder vraagstuk een apart vel papier!

Een laagdoorlaatfilter kan, behalve met een R-C of met een R-L filter, ook op de volgende manier worden gerealiseerd:



- Laat zien dat voor de overdracht A_C geldt dat $A_C(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 LC}$ (realiseer je dat deze overdracht direct reëel is)
- Laat aan de hand van het gedrag van A_C bij zeer lage frequenties ($\omega^2 \ll \frac{1}{LC}$) en zeer hoge frequenties ($\omega^2 \gg \frac{1}{LC}$) zien dat dit filter inderdaad een laagdoorlaatfilter is.
- Wat betekent de tekenwisseling van de overdracht rond $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$?
- Maak een duidelijke schets van de amplitude van de absolute overdracht. Geef ook het punt $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ aan.

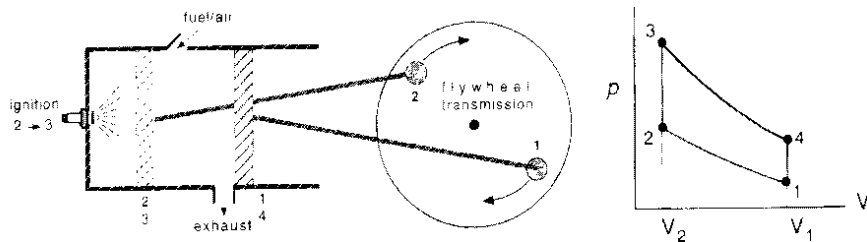
Een radioamateur probeert een signaal uit de lucht te filteren, er blijkt zich veel ruis te bevinden bij frequenties rond de 5000 Hz. De signaal dat de radioamateur wil behouden bevindt zich rond de 1000 Hz. Hij wil bovenstaande schakeling gebruiken om de frequenties rond 5000 Hz te onderdrukken, daarbij gebruikt hij een spoel met $L=10\text{mH}$. Helaas heeft deze spoel ook een weerstand, namelijk $R=10\ \Omega$. De overdracht van zijn schakeling wordt daardoor:

$$|A_C(\omega)| = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

- Geef aan hoe dit de schets bij c) de amplitude van de absolute overdracht beïnvloedt.
- Welke waarde voor de condensator kiest hij?
- Bereken de spanningsonderdrukking in dB van het ongewenste signaal t.o.v. het gewenste.

Opgave 4. Gebruik voor ieder vraagstuk een apart vel papier!

De strandtenthouder van opgave 2 schrikt terug voor de kosten van de electriciteitskabel-aanleg. Hij besluit in plaats daarvan een benzinegenerator te kopen. Dit is een benzinemotor die een elektrische generator aandrijft. De werking van de benzinemotor wordt geïdealiseerd voorgesteld met de Otto-cyclus (zie figuur). De vier takken in het PV-diagram zijn als volgt:



- 1→2: Adiabatische compressie, dus $T_1(V_1)^{\gamma-1} = T_2(V_2)^{\gamma-1}$, met $\gamma = C_p/C_v$.
 2→3: Instantane verbranding (explosie) bij constant volume, levering van warmte Q_H . Dan geldt: $T_3 - T_2 = Q_H/C_v$
 3→4: Adiabatische expansie van de uitlaatgassen: $T_3(V_3)^{\gamma-1} = T_4(V_4)^{\gamma-1}$
 4→1: Het afstaan van Q_C aan de omgeving, bij gelijkblijvend volume. Er geldt: $T_4 - T_1 = Q_C/C_v$.

a) Leid de uitdrukking van het rendement van de Otto-cyclus af uit deze gegevens:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \quad \text{met: } r = \frac{V_1}{V_2}$$

Voor de betreffende generator geldt dat $r=10$. Verder is $\gamma=1,2$
 b) Wat is het rendement van deze ideale Otto-motor?

In werkelijkheid bedraagt het totaal-rendement van de generator (dus motor en generator samen) slechts de helft van deze waarde. Verder levert 1 liter benzine 32 MJ verbrandingswarmte. Stel het te leveren elektrisch vermogen voor de terrasverwarming op 5000 W.

c) Hoeveel benzine verstoekt de strandtenthouder per uur?

d) Vergelijk de afvalwarmte van de generator met de geleverde warmte door de terrasverwarming. Wat concludeert u?