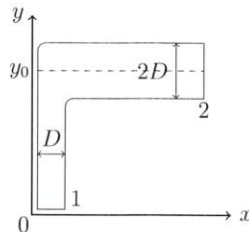


Tentamen FTV 1

26.06.2012

Gebruik de meegeleverde vellen papier voor het schrijven van de oplossingen van de opgaven. Schrijf je naam, studentnummer en studierichting op de eerste pagina. Nummer alle volgende pagina's. Vergeet niet alle papieren na het examen in te leveren.

- In een buisreactor van lengte L en de dwarsdoorsnede A wordt stof B toegevoegd met volumedebiet ϕ_{VB} . Moleculen van stof B reageren met elkaar volgens de schema: $B + B = B_2$. De productie van stof B_2 per volume eenheid $r_{B_2} [kg/m^3]$ is evenredig met kwadraat van de concentratie c_B van stof B : $r_{B_2} = k_r c_B^2$, waarin k_r de reactiesnelheidsconstante is. De concentratie van stof B aan het begin van de reactor is c_{B0} .
 - Wat is de concentratie van stof B_2 aan het uiteinde van de buis? Het afnemen van stof B in de reactor kan verwaarloosd worden.
 - Bereken concentratie van stof B aan het einde van de buis.
 - Bij welke verhouding tussen k_r , A , ϕ_{VB} en L kan de afneming van stof B verwaarloosd worden?
- Een cilindervormige leiding is verticaal in de richting y opgesteld. Op de hoogte y_0 maakt de leiding een bocht en wordt 2 keer dikker (van een oorspronkelijke diameter D naar $2D$, zie figuur). Door dit systeem stroomt de vloeistof van dichtheid ρ met snelheid v bij $y = 0$ (punt 1). De toestand is stationair. Dissipatie is verwaarloosbaar. De vloeistof kan als niet-samendrukbaar worden beschouwd.



- Bereken de snelheid van water in punt 2.
 - Bepaal de druk op positie 2 als gegeven is, dat de druk bij punt 1 gelijk aan p is.
 - Bereken de kracht, die de vloeistof op de leiding in de richting x uitoefent.
- Een sloot bevat water van 0°C . De temperatuur op de grens tussen de lucht en het ijs is -10°C .
 - Hoe lang duurt het tot een ijslaag van 10 cm dikte is gevormd? Neem daarbij aan dat het temperatuurverloop in het ijs lineair is.

- (b) Hoe lang duurt het tot een ijslaag van 10 cm is gevormd als op het ijs een laag van de sneeuw met 10 cm dikte ligt? De temperatuurprofielen in het ijs en de sneeuw kunnen als lineair beschouwd worden. De temperatuur op de grens tussen de lucht en de sneeuw is -10°C .
- (c) Tijdens de lange koude periode met gemiddelde temperatuur -10°C is de dikte van de ijslaag 50 cm geworden. De temperatuur van de ijsoppervlakte is plotseling gedaald tot -20°C . Wordt het snelheid van het groeien van het ijs in de eerste uur na het dalen van de temperatuur aanzienlijk hoger in vergelijking met die bij -10°C ?

Gegevens:

$$\lambda_{ijs} = 2,3 \text{ W/mK}$$

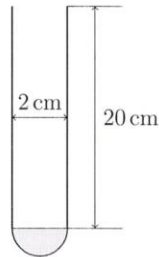
$$\lambda_{sneeuw} = 0,3 \text{ W/mK}$$

$$\text{Stollingswarmte van water } H_s = 335,2 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Dichtheid van ijs } \rho = 800 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Soortelijke warmte van ijs } C_{p,ijs} = 2,110 \text{ kJ/(kg K)}$$

4. In een reageerbuisje (lengte 20 cm, inwendige diameter 2 cm) bevindt zich 10 ml van alcohol. De temperatuur van de omgeving is 20°C .



- (a) Hoe lang zal het duren voordat alcohol verdampt is? Het kan aangenomen worden dat diffusie van alcohol wederzijds is.
- (b) In principe moet diffusie van alcohol in een buis als eenzijdig benaderd worden. Waarom kan toch gerekend worden met wederzijdse diffusie?
- (c) Wordt de berekende verdampingstijd bij de benadering van diffusie in een buis als eenzijdig langer of korter in vergelijking met de tijd die berekend is voor wederzijdse diffusie?

Gegevens:

$$\text{Diffusie coëfficiënt van alcohol in lucht } D = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\text{Dichtheid van alcohol } \rho = 0,8 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Molaire massa van alcohol } M = 46 \text{ kg/kmol}$$

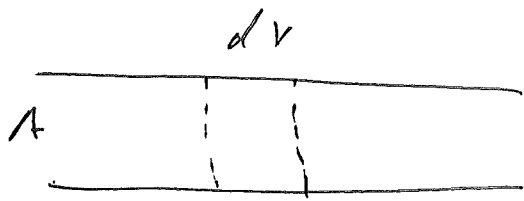
$$\text{Dampspanning van alcohol bij } 20^{\circ}\text{C } p^* = 5,95 \text{ kPa}$$

$$R = 8,314 \text{ J/(mol K)}$$

$$\text{Atmosferische druk is } 0,101325 \text{ MPa}$$

$$\text{Molaire massa van de lucht is } 29 \text{ kg/kmol}$$

N1



a) Balans: $0 = \phi_v C_{B_2} \Big|_x - \phi_v C_{B_2} \Big|_{x+dx} + \kappa_r \cdot C_{B_0}^2 \cdot A \cdot dx$

$$\phi_v \frac{dC_{B_2}}{dx} = \kappa_r \cdot C_{B_0}^2 \cdot A$$

$$dC_{B_2} = \frac{\kappa_r \cdot C_{B_0}^2 \cdot A}{\phi_v} dx$$

$$C_{B_2} = \frac{\kappa_r \cdot C_{B_0}^2 \cdot A}{\phi_v} x + C$$

$$C_{B_2} \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$C_{B_2} = \frac{\kappa_r \cdot C_{B_0}^2 \cdot A}{\phi_v} x = \frac{\kappa_r \cdot C_{B_0}^2 \cdot A \cdot l}{\phi_v}$$

b) Balans:

$$0 = \phi_v C_B \Big|_x - \phi_v C_B \Big|_{x+dx} - 2\kappa_r C_B^2 \cdot A \cdot dx$$

$$\phi_v \frac{dC_B}{dx} = -2\kappa_r C_B^2 \cdot A dx$$

$$\frac{dC_B}{C_B^2} = - \frac{2\kappa_r \cdot A}{\phi_v} dx$$

$$\frac{1}{C_B} = \frac{2\kappa_r A x}{\phi_V} + C$$

$$C_B \Big|_{x=0} = C_{B0} \Rightarrow C = \frac{1}{C_{B0}}$$

$$\frac{1}{C_B} = \frac{1}{C_{B0}} + \frac{2\kappa_r A \cdot x}{\phi_V}$$

$$C_B = \frac{\phi_V C_{B0}}{\phi_V + 2\kappa_r A x \cdot C_{B0}}$$

$$C_B(L) = \frac{\phi_V \cdot C_{B0}}{\phi_V + 2\kappa_r \cdot A \cdot L \cdot C_{B0}}$$

$$c) \quad \frac{1}{C_B} \approx \frac{1}{C_{B0}} \quad \text{als} \quad \frac{1}{C_{B0}} \gg \frac{2\kappa_r A \cdot L}{\phi_V}$$

$$\text{oder} \quad \frac{\phi_V}{2\kappa_r A \cdot L \cdot C_{B0}} \gg 1$$

a) Massabalans:

$$\rho v_1 \cdot A_1 = \rho v_2 \cdot A_2$$

$$v_1 = v_2 \cdot \frac{A_2}{A_1} = v_2 \frac{D^2}{4D^2} = \frac{v_2}{4}$$

b) Bernoulli vergelijking:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + g y_0$$

$$\frac{P_2}{\rho} = \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2} - g y_0$$

$$P_2 = \rho + \rho \left(\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2 \cdot 16} - g y_0 \right)$$

$$P_2 = \rho + \frac{\rho}{2} \left(\frac{15}{16} v_2^2 - 2 g y_0 \right)$$

c) ~~Krachtenbalans~~: Impulsbalans in x-richting

$$0 = \phi_v \rho v_{x,in} - \phi_v \rho v_{x,uit} + \sum F_x$$

$$0 = - \phi_v \cdot \rho v_2 - P_2 A_2 + F_{W \rightarrow F, x}$$

Volgens de 3^e wet van Newton, $F_{W \rightarrow F, x} = - F_{F \rightarrow W, x}$

$$F_{F \rightarrow W, x} = - \phi_v \rho v_2 - P_2 A_2$$

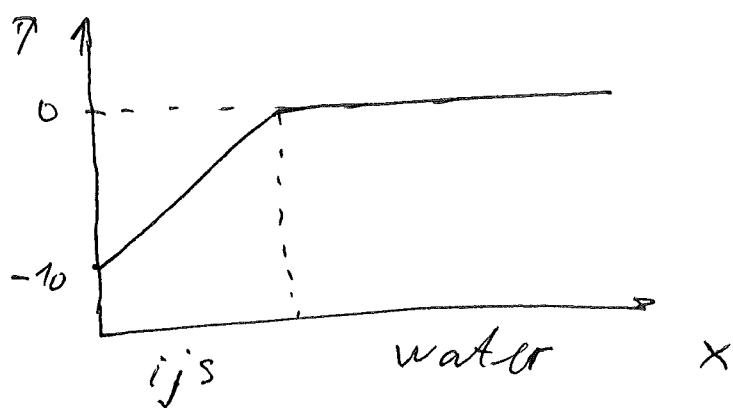
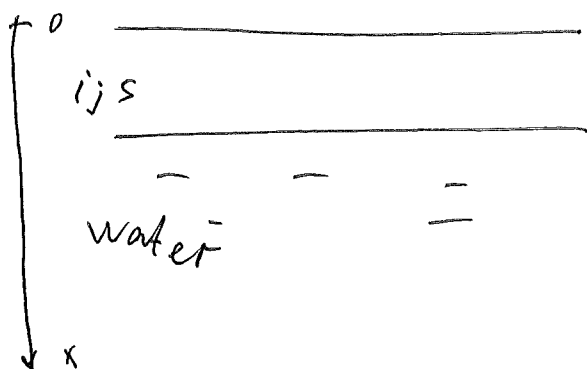
$$- F_{F \rightarrow W, x} = \rho \frac{\pi D^2}{4} v + \pi D^2 \cdot p + \frac{\pi D^2}{2} \rho \left(\frac{15}{16} v^2 - 2g y_0 \right) \quad (3)$$

$$- F_{F, \rightarrow W, x} = \frac{\pi D^2}{16} \rho v^2 + \frac{15 \pi D^2}{32} \rho v^2 + \pi D^2 \cdot p - \pi D^2 \rho g y_0$$

$$- F_{F, \rightarrow W, x} = \frac{17 \pi D^2}{32} \rho v^2 + \pi D^2 \cdot p - \pi D^2 \rho g y_0$$

$$F_{F \rightarrow W, x} = - \left(\frac{17}{32} \rho v^2 + p - \rho g y_0 \right) \cdot \pi D^2$$

(3)



a). De energiebalans voor vrijgekomen stollingswarmte:

$$\phi_q \cdot \Delta t = \Delta H_s \cdot \rho \cdot dx \cdot A$$

$$\phi_q = \lambda \frac{dT}{dx} \cdot A = \lambda \frac{\Delta T}{x} A$$

$$\lambda \frac{\Delta T}{x} dA = \Delta H_s \rho dx$$

$$\lambda \Delta T dA = \Delta H_s \rho \cdot x dx$$

$$\lambda \Delta T t = \Delta H_s \rho \cdot \frac{x^2}{2} + C$$

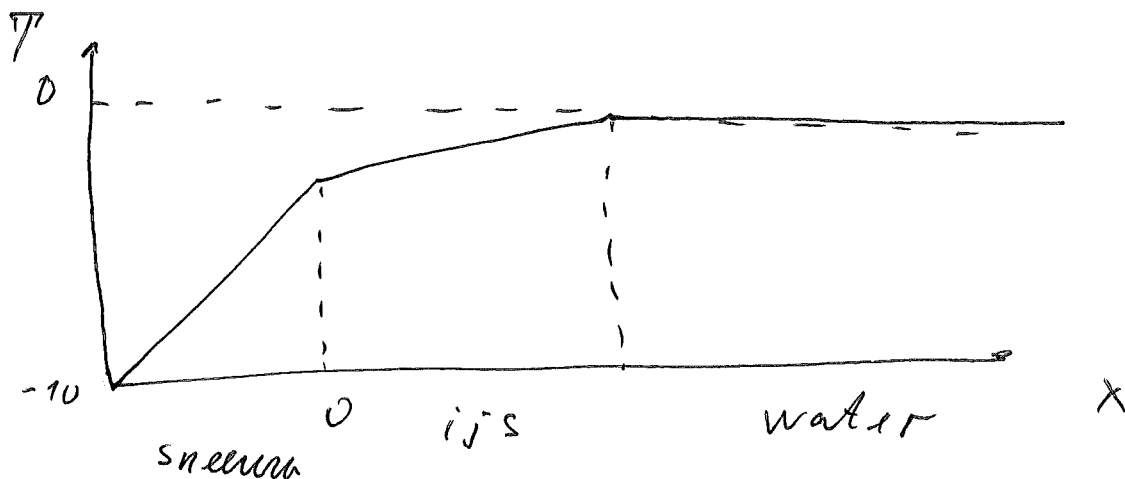
$$x \Big|_{t=0} = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$t = \frac{\Delta H_s \rho}{\lambda \Delta T} \frac{x^2}{2}$$

$$t = \frac{335,2 \cdot 10^3 \cdot 800}{2,3 \cdot 10} \cdot \frac{10^{-2}}{2} = 5,8 \cdot 10^4 \text{ s} \approx 16 \text{ uren}$$

b) Warmtestroom: $\phi_{qf} = U \cdot \Delta T \cdot A$;

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_{sneeuw}} + \frac{1}{h_{ijs}} = \frac{l_s}{\lambda_s} + \frac{x}{\lambda_{ijs}}$$



$$\phi_{qf} = \frac{\Delta T \cdot A}{\left(\frac{l_s}{\lambda_s} + \frac{x}{\lambda_{ijs}} \right)}$$

$$dA = \frac{\Delta H_s \cdot \rho}{\Delta T} \left(\frac{l_s}{\lambda_s} + \frac{x_{i,s}}{\lambda_{i,s}} \right) dx$$

$$t = \frac{\Delta H_s \cdot \rho}{\Delta T} \cdot \left(\frac{l_s}{\lambda_s} x + \frac{x^2}{2 \lambda_{i,s}} \right) + C$$

$$x \Big|_{t=0} = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$t = \frac{335,2 \cdot 10^3 \cdot 800}{10} \left(\frac{0,1 \cdot 0,1}{0,3} + \frac{0,1 \cdot 0,1}{2 \cdot 2,3} \right) =$$

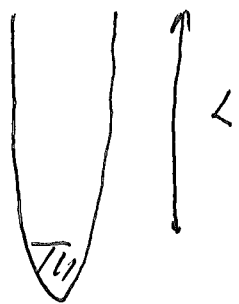
$$= 9,5 \cdot 10^6 \text{ s} \approx 264 \text{ uren}$$

c) Wij berekenen de penetratiediepte voor de tijd 1 uur:

$$L_p = \sqrt{\pi \alpha t}, \quad \alpha = \frac{\lambda_{i,s}}{\rho_{i,s} \cdot c_{p,i,s}}$$

$$L = \sqrt{3,14 \cdot \frac{2,3 \cdot 3600}{2,11 \cdot 10^3 \cdot 800}} \approx 0,12 \text{ m}$$

Omdat de ijs laag de dikte van 50 cm heeft, de temperatuur profiel niet verandert in een uur bij $x = 50 \text{ cm}$. Dus de snelheid van het groeien van het ijs verandert niet.



a) Massa balans:

$$\frac{dM}{dt} = -\phi_m'' \cdot A$$

$$\rho \frac{dV}{dt} = -\phi_m'' \cdot A$$

$$\phi_m'' \text{ is constant} \Rightarrow \rho V_0 = \phi_m'' \cdot A \cdot t$$

$$t = \frac{\rho V_0}{\phi_m'' \cdot A}$$

a). Wederzijdse diffusie:

$$\phi_m'' = -D \cdot \frac{dc}{dx} = \text{const}$$

$c = c^* - c^* \frac{x}{L}$, waarin c^* de concentratie van alcohol damp is

$$\phi_m'' = D \frac{c^*}{L}$$

$$p^* = \frac{c^*}{M} RT \Rightarrow c^* = \frac{p^* \cdot M}{RT}$$

$$t = \frac{\rho V_0 L RT}{D A p^* \cdot M}$$

$$t = \frac{0.8 \cdot 10^{-5} \cdot 0.2 \cdot 8,314 \cdot 293}{5 \cdot 10^{-5} \cdot 3.14 \cdot 10^{-4} \cdot 5,95 \cdot 10^3 \cdot 46 \cdot 10^{-3}} \approx 907 \text{ s}$$

b) Eenzijdige diffusie:

$$\phi'' = -D \frac{c}{c - c_A} \frac{dc_A}{dx}$$

Het wordt wederzijds als $c > c_A$ of

$$c^* < c \quad \text{of} \quad \frac{c^*}{c} \ll 1$$

$$c = \frac{p \cdot M_{\text{vucht}}}{RT}$$

$$c^* = \frac{p^* \cdot M_{\text{alc}}}{RT}$$

~~$p \cdot M_{\text{vucht}} \gg p^* \cdot M_{\text{alc}}$~~

$$\frac{c^*}{c} = \frac{p^* \cdot M_{\text{alc}}}{p \cdot M_{\text{vucht}}} = \frac{5,95 \cdot 10^3 \cdot 46}{10^5 \cdot 29} \approx 0,1 \ll 1 \Rightarrow$$

De benadering is correct

c) De verdampingstijd is evenredig met $1/\phi''_{MA}$

$$\phi''_{MA} = D \frac{c^*}{L} \quad (\text{wederzijds})$$

$$\phi''_{MA} = \frac{DC}{L} \ln \frac{c}{c - c^*} \quad (\text{enzijdig})$$

of $\phi''_{MA,W} = -D \frac{dc_A}{dx}$, $\frac{c}{c - c^*} < 1$

$$\phi''_{MA,E} = -D \frac{c}{c - c^*} \frac{dc_A}{dx}$$

$\phi''_{MA,E} > \phi''_{MA,W} \Rightarrow$ verdampingstijd is korter bij eenzijdige diffusie